

当代建筑空间的数学化

The Mathematic Space in Contemporary Architecture

撰文 任军 天津大学建筑学院 天友建筑设计股份有限公司

当代建筑空间的趋势表现为空间的数学化，一方面是针对空间模式进行数学操作，包括折叠和函数连续变换；另一方面是形态在几何领域的新拓展，包括拓扑几何、非欧几何与多面体几何。数学变换作用于建筑最终体现为空间的几何操作，因此空间的数学化往往以几何化的方式实现。

1 模式——数学变换

1.1 折叠

“折叠”是来自数学的变形概念。作为一种面操作，当平面折叠以后，在折叠处形成一条折线，平面上点的位置关系发生了改变，但不同点的位置关系仍然能用一定的数学表达式进行表达，由此折叠成为一种创造空间的方法。二维平面折叠后就形成了三维空间，空间以一定的步骤折叠起来，便创造出了某种具有质量的实体，反映了平面—空间—质量的生成关系。

“折叠”对建筑空间的操作有3种方式：1) 通过建筑外表面的连续折叠围合出空间；2) 建筑内部楼板的连续折叠形成内部空间，达到连续变幻的空间效果；3) 表皮自身通过折叠生成具有一定深度的褶皱表皮结构。许多平面拼贴图案对其边线进行折叠后会生成出立体的表皮，斯皮德隆拼贴折叠系统就是一个例子。它是由6组螺旋形单排布所构成的折叠系统，这些螺旋形则由等边和等腰三角形间隔排列组成。在非折叠时，将它们拼贴会得到正六边形，当把这个六边形按照三角形的边线折叠起来后，就变成了一个有韵律感的立体表面（图1）。

以折叠为主要操作手法的S-M.A.O.事务所的建筑作品特色是将观念、空间、建造紧密地联系在一起，他们在马德里PINTO教堂充分展示了折叠的操作手法，采用的是立体构成艺术（或折纸艺人）常用的“立体折叠”模式，通过对折叠线和切割线进行操作，平面经由立方体再经过针对角和边的一系列空间折叠操作，按照步骤生成最终的具有几何严谨性的异形盒子（图2）。

“他们以折叠、物质的隐退、空间的断裂与变化，以及相反力的并置与张拉作为空间操作的表现形式。……他们创造的空间几乎被挤压到不可返回的点上，这个点仿佛是空间的界限从一边到另一边的断裂。对于他们来说，抓住一个点，是操控一个空间的手段。”^[1]

1.2 连续函数变换

函数是数学中一个重要概念，函数的连续变换可以认为是一种微分同胚变换。两个几何对象之一可以连续地变换到另一个而没有任何撕裂或粘合，则认为它们是同胚的。如果两个同胚的几何对象变形不引起皱折或折叠，则可认为它们是微分同胚的^[2]。当代建筑形态中出现的如旋转、拉伸、扭转、卷曲等等，其实质是一种微分同胚变换，反映了形态的渐变或连续变化。

1.2.1 函数曲线变换

当代一些建筑师从纯粹的数学方程出发定义空间，以函数曲线的连续变化确定形态的空间逻辑。在巴塞尔罗氏制药塔楼设计中，赫尔佐格&德梅隆对这座170m高的塔楼尝试了一种全新的形态发展方式：两条同直径的由数学函数定义的螺旋线沿着相反方向延伸，螺旋线间的交叉叠合确定了建筑形态的几何框架，表皮的玻璃曲面仿佛弹性的紧身衣紧绷在螺旋线的框架上，形成限定的形体。螺旋线的函数表达式成为建筑形体生成的基础（图3）。

1.2.2 旋转与螺旋

螺旋是自然界常见的一种形态组织方式，并有着精确的数学原理，简单地运用连续旋转操作就可以获得惊人的动感造型。马岩松在“玛丽莲·梦露”大厦的设计中运用了微分同胚旋转的方式，56层的大厦由相同的椭圆形平面每层旋转 $1^{\circ} \sim 3^{\circ}$ ，连续的微微渐变又在整体造型中形成了三维的流线型体量。运用简单的线性函数变换得到了复杂的非线性造型，曲面的扭转形成了一种柔美的女性风姿绰约的动感（图4）。

1.2.3 卷曲

卷曲也是一种面操作，与折叠的最大区别是运用曲面的光滑弯曲取消了折痕，并形成一种动态的连续空间。卷曲操作可以由曲面“卷”的不同方式产生多样性的空间形态。

日本建筑师远藤秀平运用波纹钢创造出很多流动性的曲面空间，将连续的卷曲操作运用得心应手。远藤发明了一系列的新词汇，如Springecture是用波纹钢卷曲来构成建筑形体，内墙、外墙、顶和地面的界限都被取消了。一个著名的Springecture是远

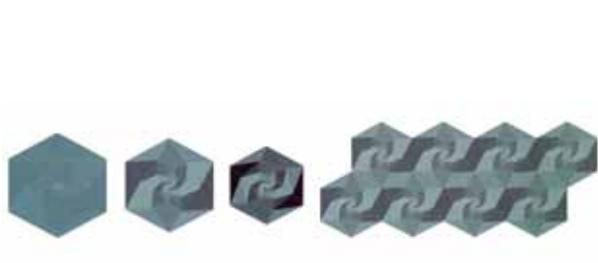


图1 斯皮德隆拼贴折叠系统

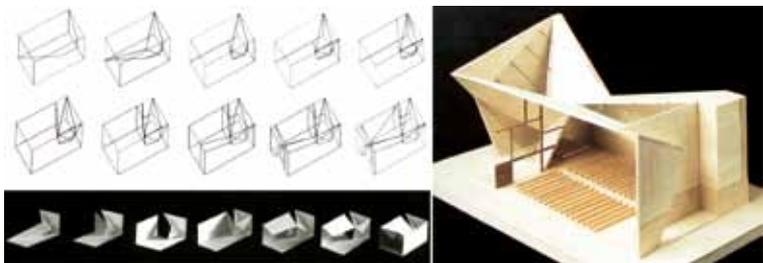


图2 马德里PINTO教堂（S-m.a.o）



图3 巴塞罗氏制药一号塔楼（赫尔佐格&德梅隆）

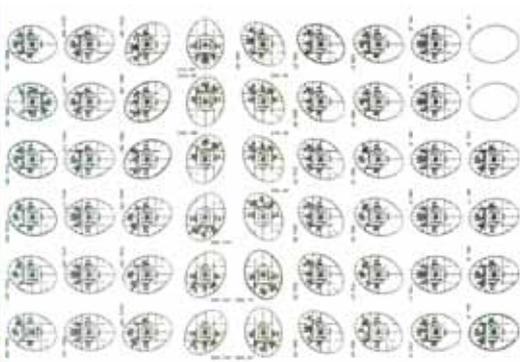


图4 玛丽莲梦露大厦（马岩松）

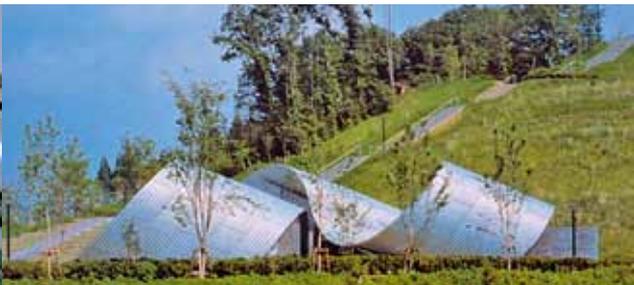


图5 Springecture（远藤秀平）

藤秀平设计的公园内的厕所，他用这样一个小建筑去探讨卷曲生成的连续开放空间，建筑的基本结构是钢架支撑的框架，包括屋顶、墙面和地面（图5）。远藤秀平认为材料的连续性能创造出一种“开放”与“封闭”的联结关系，内墙能够因为旋转变成天花板或者地板，它又继续翻转变成外墙和屋顶，并且随着螺旋转动再次卷回到内部。

2 形状——新几何学

近代解析几何、微分几何、拓扑几何、非欧几何直至现代的分形几何，每一种几何方法的出现都深深改变了人们对空间的理解¹。当代建筑师常常创新地运用几何学模式获得新的建筑形式，传统欧氏几何对建筑师的束缚不复存在。

2.1 拓扑几何学

拓扑学（Topology）是研究几何对象在连续变换下保持不变性质的数学。所谓连续变换（也叫拓扑变换）是使几何对象受到弯曲、拉伸、压缩、扭转或这些情况的任意组合，变换前连在一起的点变换后仍连在一起，相对位置不变。拓扑学关心的是定性而不是定量问题，其重点就是连续变换。

拓扑学中最著名的空间概念当数莫比乌斯环，当代建筑师对这个拓扑概念十分着迷，有的直接将其中的概念曲面应用到建筑中，如莫比乌斯大厦，其顶部是一个巨大的莫比乌斯环面造型。相比而言，联合网络工作室（UN Studio）设计的莫比乌斯住宅没有直接应用数学模型，而是采用概念图解的方式间接形象地表达了这一拓扑学的空间概念。莫比乌斯住宅的图解由两条互锁的线构成，互锁的环面整合了使用功能、交通流线和结构，使它们顺畅地结合在一起。“莫比乌斯环”在平面和剖面上体现出一种连续的空间特性，被用于室内时，则表现为一个睡眠、工作和生活的24小时的功能环，描绘了两个人怎样在一起生活又相互分开，而当他们在某处相遇时就共享该空间（图6）。

拓扑学将动态的连续性概念引入建筑空间，颠覆了笛卡尔几何体系稳定静止的传统空间状态。简单的拓扑变换规则可以生成复

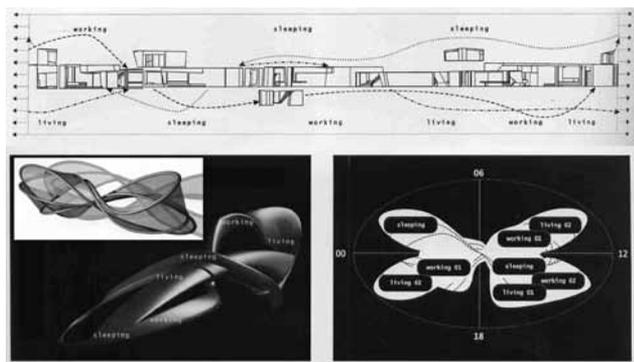


图6 莫比乌斯住宅图解（联合网络工作室）

杂的空间形态，尤其是以孔洞形式在空间和表面的组织。金华建筑艺术公园阅读空间这个建筑小品尺度虽小，仅限定在8m×8m×8m的立方体中，却是通过映射操作等一系列的拓扑变换法则产生的复杂空间。建筑师赫尔佐格&德梅隆为这个小建筑提供了多达300张的剖面图纸进行空间阐释。空间构思源于中国古典园林的隔扇，建筑师从重复的隔扇平面上选取了立方体展开面的六个面，再将它围成立方体，然后对立方体按照隔扇的孔洞进行复杂的拓扑变换，产生了类似太湖石般的相互贯通的拓扑空间。几何纹样图案的线被投射到三维转化为空间，经过各个方向的投射，纹样在立方体中创造出“一个由无数的交叉线与交叉点构成的虚拟空间网络”（图7）。借助计算机的帮助，发展出阅读空间不可思议的、难以想象的空间——建筑中体与面相互连通，内与外流动变化，体量浑然一体却又充满了不定和复杂。

针对阅读空间的生成方式可以进行方法的拓展。这里空间的生成与产生空间的规则是一种映射关系和拓扑操作，相对于给定的操作规则，任一类型的几何体可以产生与之——对应的空间结果。比如将此处的立方体变成正八面体或球体，可以立刻根据这一系列操作规则生成全新的、意想不到的空间。同时，计算机程序对规则的某种修改也会即刻反映到生成的空间之中，这种系列化和过程化

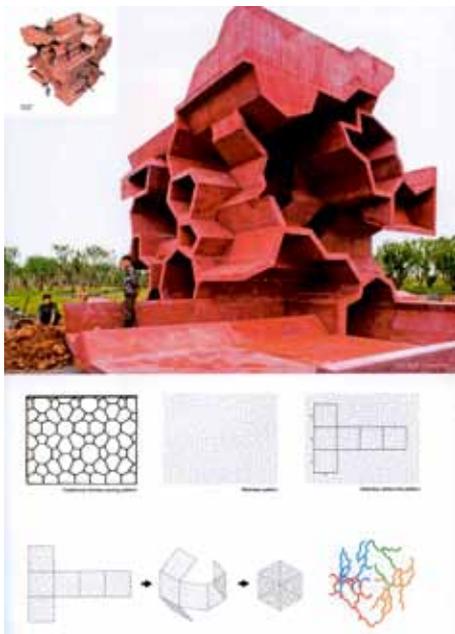


图7 金华阅读空间（赫尔佐格&德梅隆）

的生成方法，也正是数字化的参数设计方法。

2.2 立体几何的扩展——多面体几何

古希腊数学家最大的成就之一就是知道只有5种三维凸体，即正四面体、正六面体、正八面体、正十二面体和正二十面体，称为柏拉图立体。开普勒与普安索又发现了4种内凹正多面体，总共有26种外凸或内凹正多面体组合方式，称为阿基米德立体。埃舍尔的版画“群星”就是由各种阿基米德立体组成——中心是3个正八面体组成的居住着变色龙的星星，周围遍布阿基米德立体（图8）。后来的数学家在正多面体构造方式的基础上推广出了半正多面体（以一种以上的正多边形组成）和凸三角多面体（面均为等边三角形，顶点排列不同），并通过规则多面体对称性和重复性的操作，产生出丰富的规则多面体生成与组合方式。同时复杂多面体以及多面体的变形也被倾注了更多的目光。根据欧拉定理²可以推广出多面体的模式和类型，通过数学手段，可以确定多面体组合的空间形态和形体变换。

复杂性科学和计算机技术的发展使多面体几何在建筑中的应用渐渐远离了简单多面体而钟情于对多面体进行复杂的组合与编辑，产生出异于正常理解的拥有大量表面的不规则体量，其效果正契合了当代艺术追求视觉陌生感的渴望。

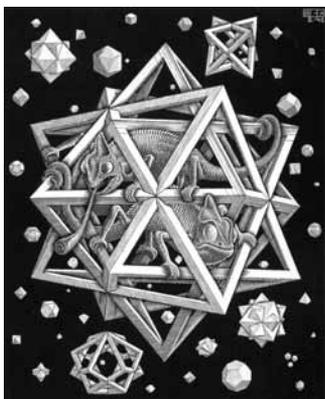


图8 群星（埃舍尔）



图9 波尔图音乐厅（OMA）

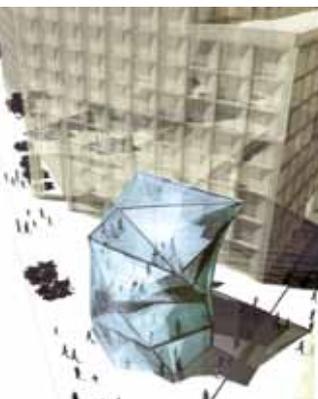


图10 建筑学基金会（FOA）

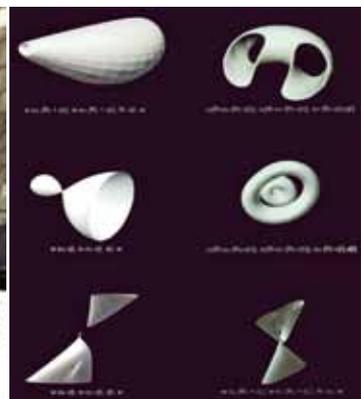


图11 N维物体（阿鲁普高级几何部门）

库哈斯设计的波尔图音乐厅造型是一个混凝土多面体，经过功能体块的增减与削切而成。复杂多变的折面使人们若想理解建筑的全部必须从各个角度全面观看，从而带给观众全新的视觉挑战（图9）。对库哈斯而言建筑不仅仅是一个容器，而是社会事件交互影响的集合体。OMA将独特的造型和复杂的内部空间联系在一起，使变幻的城市景色与多变的建筑造型交相辉映，多面体的奇异性来自于信息时代城市景观的内在需求。

特征之二是对立方体或建筑楼板“包裹”而形成的体量。交错的立方体盒子将其顶点相连就会形成不同的表面，不同形状的楼板也是如此。建筑学基金会就是基于一系列楼板生成的，从底层的七边形到中间楼层的六边形、五边形、正方形和屋顶的三角形，楼板形状的变化成为构成多面体外观的基础（图10）。

2.3 非欧几何学

两千多年来欧氏几何一直是物理空间观的基础，1840年，罗巴切夫斯基提出了令人不可思议的非欧几何学，就是在其体系中三角形的内角之和要小于 180° 。1854年，黎曼提出了又一种非欧几何，其一体系中三角形的内角之和要大于 180° 。在欧几里德的几何体系中，空间是无限和无界的，而在黎曼的非欧几何体系中空间则是有限而无界的³。

非欧几何对人类的空间观念产生了巨大的影响。数学空间不仅仅局限于欧式的三维空间中，多维空间与流形⁴允许我们把多元函数用几何学的语言解释成多维空间中的曲线和曲面，如阿鲁普高级几何部门研究的N维物体。从数学的角度看，很多二维或三维的拼贴、折叠系统的原理可以通过增加不同配置的数目推广到第N维度。建筑师已设计出通过在物体二维横断面间插入新值来创造N维物体的方法。“N维物体一旦创造出来，在N维空间中对其进行诸如旋转、平移等简单变形操作便可生成无法预知的有趣形式。数学一般原理应用于更高维度空间的可能性使设计师们打消了‘形式塑造空间’的偏见，发现了史无前例的空间配置方式。”^[3]（图11）

由于在真实的三维自然界中并不存在非欧几何所描述的空间和曲面，因此非欧几何学对建筑领域的影响更多体现在空间观念的更新。当代光滑、柔软的曲面和三维流线型形体在建筑造型中日趋普遍，计算机提供的技术仅是实现手段，其深层的观念变化则是基于几何学中空间概念的拓展。

哈迪德始终一如既往地钟爱流线型的曲线形态，玲珑的曲线、流畅的线条、有机的形体是她的招牌式构图。当被问到“如果

你被禁止使用曲线，你能够表达‘未来’的概念吗？”她回答说：“没有曲线就没有未来。……（未来建筑）将会和自然界的有机生命体相当类似。”在香奈尔移动展览馆中，复杂的几何曲面是建筑形体的基本特征，由统一的形式逻辑生成的流线型曲面体建筑，内外空间光滑圆润、动态流畅，呈现出与欧几里德空间全然不同的面貌。整个建筑是针对可塑性、曲线几何形、连续变化和平滑过渡系统的形态学研究（图12）。

3 空间的几何化

当代建筑空间的数学化通常受到多种模式相互交织作用和共同影响，如折叠和旋转常常体现在同一座建筑之中，拓扑变换也经常和微分的连续变换相结合。

随着计算机介入数学尤其是几何学，许多设计机构成立高级几何部门进行数学性建筑空间的基础研究，如阿鲁普的高级几何部门就致力于新形式、新空间组织方式和新美学的探索，研究涵盖了几何学和计算机图形学在表面、空间、形态的多个主题，包括二、三维的填充系统，以及折叠、缠结、拓扑等空间组织形式。

3.1 面（组成）的空间

3.1.1 连续折面

当代建筑表面形成空间的一个突出特征是连续，这种连续空间突出地表现出流动性。

如今表皮对空间的构造方法正在由现代主义的“四维分解”⁵转变为“四维连续”。四维连续构造中最常见的方法就是连续折叠，表面经过在三个维度上的连续折叠形成开放性、流动性的空间。四维连续在高度方向的连续性和底面的非水平性打破了建筑中“层”的概念，并使得围合的空间在流动性的基础上发展出可塑性和延展性。

阿萨迪多电影院体现了FOA对垂直界面的连续性操作。设计将连续折叠的手法发挥到极致，影院地面的升起产生了许多折叠，并与自动扶梯的连续交通空间结合起来，形成连续而光滑的建筑形式（图13）。

3.1.2 复杂曲面

当代建筑学对曲线形态的建筑有几种发展倾向：1）研究复杂曲面形态及其生成过程，曲面造型表现出连续性、复杂性和光滑性，如许多数字建筑师的形态研究；2）具有自然形态特征的塑性形体，如哈迪德流动性的建筑体量；3）对具有数学涵义的曲面形态进行探讨，如各种最小周期曲面和围面的研究；4）对无规则自由曲面形态的研究，如盖里的建筑作品。

随着当代空间数学化的趋势，建筑师借助计算机将越来越多的

数学曲面纳入到对建筑空间的探讨之中，如拓扑学的扭结、微分几何的各种流形以及一些特定数学问题的类型曲面如极小曲面。法国数学家J·D·热尔刚最早于1816年提出了带有一个自由边界的极小曲面问题⁶，这个问题的解由施瓦茨于1872年求出并发展为一类专门的数学问题。伴随着建筑界对表面、边界、空间拓扑关系的探讨，极小曲面逐渐应用于建筑空间的塑造上。名为“混合种类”的商业办公综合体项目探讨了两种功能组织之间的边界条件，利用数学方法生成复杂的空间关系。“混合种类”采用了三周期最小曲面方程式，借助数学软件来计算和实现不同空间的拓扑转换，产生复杂的曲面拓扑关系（图14）。

3.1.3 自由曲面

自由曲面这种空间语言一直都令建筑师着迷，20世纪末随着数字技术的日趋成熟，针对自由曲面的数字化设计方法也发展起来了。与建筑界相比，曲线型的设计在流体力学应用的行业，如船舶、飞行器和汽车等演变成系统的设计体系。在这些科学领域，人们用参数化的抽象曲线NURB来建立视觉化的数学模型，自然形体通过计算机编码成为可组织的设计元素。

莫斯设计的绿伞表演厅在原有的形态及结构中插入了一个自由曲面的“畸形体”——伞，异形的三维扭曲曲面玻璃标志了建筑的入口，带来一种全新的视觉冲击。针对这个像水晶玻璃瀑布般的自由曲面玻璃天棚，建筑师用计算机精确地控制和调整了曲面形态。数字化的三维模型是形态生成不可或缺的组成部分（图15）。

3.2 空间的编织

当代建筑曲面形态和轻型材料的运用给空间带来了柔软、轻质的特征。空间的柔软轻质往往是通过空间的编织来实现的。编织具有两种本质性的目的：围护和容纳，前者与表皮相关，后者与空间对应。因此编织空间的研究包括两个方面：1）建筑表皮在二维的表面织造带有纺织肌理的外皮，即表皮的编织化；2）编织体系在三维空间织造空间结构体系，即空间的编织化。

源于纺织领域的编织代表着一套有规则的操作程序，利用纤维材料特定次序的经纬交织，显示了由线到面再到空间的过程，通过调整线性纤维的孔性、间距、方向、顺序等就能产生完全不同的空间效果。建筑师通过拓扑模型对编织系统的空间组织进行研究，探索利用编织来定义复杂表面、生成空间和肌理的方法。同时，还用解析几何的手段分析缠结、编织、缠绕等的排列方式，将线性材料的周期性生成操作成果运用到建筑当中（图16）。

nARCHITECTURES是一个擅长编织空间的事务所，关注轻巧的造型、编织的方法及材料的极限，其作品“风形”全面体现了对

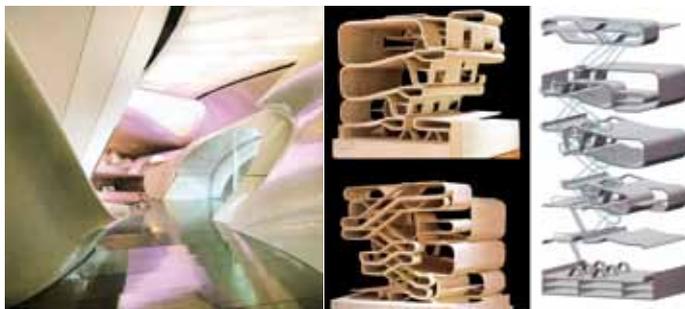


图12 香奈尔流动展览馆（扎哈·哈迪德）

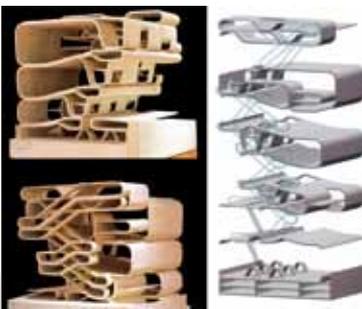


图13 阿萨迪多观众厅电影院竞赛（FOA）

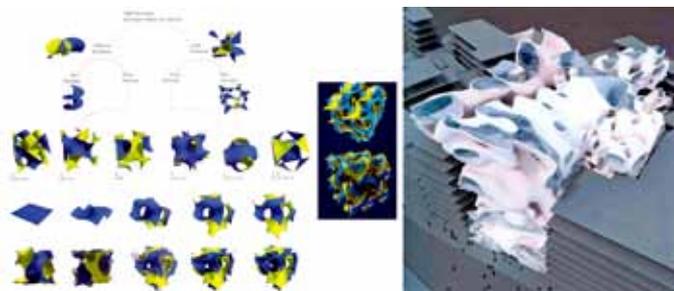


图14 “混合种类”——商业办公综合体（AA建筑联盟）



图15 绿伞（莫斯科）

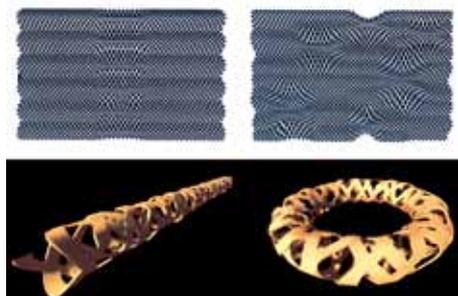


图16 编织的材料孔性与空间组织研究

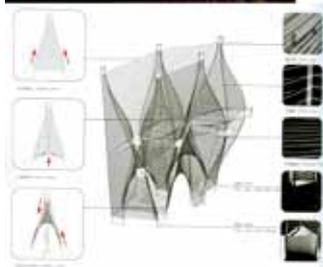


图17 风形（nARCHITECTS）

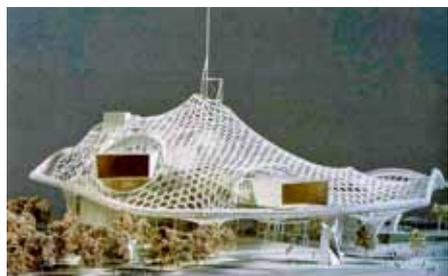


图18 蓬皮杜中心新馆（坂茂）

编织空间的探索（图17）。“风形”是普罗旺斯一所艺术设计学院的一个临时聚会空间，由两个结构编织的亭子组成，亭子可随着普罗旺斯的风转动。绳索穿过由弯管组成的结构网格编织在一起，形成了随风摇摆的外围护。“风形”的外表具有弹性的编织特征、平移曲面的几何形状和轻巧的透明结构，它的内部体验和动态特征又影射了变异而柔和的历史景观。在这个空间中，建筑师探索了利用两种柔软材料的不同特征来创造一个牢固而富有弹性的结构网。白色塑料管的结构网架与白色聚丙烯绳索穿在一起，这些绳索编织成密集的表面，通过改变绳内拉力的强度使得风形可以对风做出不同反应，有时是有节律的摆动，有时是整个表面的快速波纹振动，同时发出呼啸声。“风形”尝试了一种对自然刺激做出回应的建筑，并由当地的风塑造出这一随时间不停变异的建筑形式。

编织建筑从来就与曲线形式有着不解之缘。坂茂设计的法国蓬皮杜中心新馆仿佛一座编织的东方亭榭，非欧连续曲面的屋顶是从草帽的编织手法得到启发而织就的网状结构，覆盖以半透明的波浪型玻璃纤维薄膜，屋顶下箱形的体块从建筑中自由穿插而出（图18）。这个网膜构成的外表皮形成了建筑“透叠”的感觉。

4 结语

数学领域的新发展被引入建筑空间设计领域导致了空间的数学化，这种趋势随着计算机的数字化设计手段的发展而愈发成熟，为建筑空间和形态开辟了崭新的疆域。At

参考文献

- [1] 张斌, 林炫. 诗意的理性——S-M.A.O.的方法与实践. 时代建筑[J], 2003(04): 107.
- [2] 李滨泉, 李桂文. 建筑形态的拓扑同胚演化. 建筑学报[J], 2006(5).
- [3] 《建筑与都市》中文版编辑部. 塞西尔·巴尔蒙德[M]. 北京: 中国电力出版社, 2008.

注释

- 1 解析几何研究的主要是一次曲线和曲面、二次曲线和曲面；代数几何主要研究的是三次、四次的曲线和曲面直至任意的代数流形；微分几何研究曲线或曲面在它一点邻域的性质。
- 2 欧拉定理： $F+V=E+2$ ，也就是面数加顶点数等于棱数加2。欧拉定理中，F是网格中面的数目，V是顶点的数目，E是棱的数目。
- 3 黎曼在空间结构问题上，区别了空间的无界和无限——球的表面是无界但不是无限的，他指出无界比无限具有更大的经验可信度。黎曼关于空间可以是无界的而不是无限的这一观点还启发了另一门重要的非欧几何，现在称为双椭圆几何。
- 4 黎曼定义几何学为关于流形的研究。对黎曼来说，几何本质上是由一个几维有序数组的集合与该集合上特定的规则组成的。这一思想推广了空间的含义，变量间的任意关系都可认为是空间。
- 5 “四维分解法”来源于布鲁诺·塞维的《现代建筑语言》，指由20世纪20年代荷兰风格派所倡导的一种设计方法。基本方法是将建筑围护结构分解，并重新组合为建筑要素。
- 6 热尔刚的极小曲面问题是：将一个立方体用一个曲面M分为两部分，M位于立方体相对的两表面的两条反向的对角线联结起来，且M的面积最小。



作者简介

任军，天友建筑设计股份有限公司首席总建筑师，天津大学建筑学博士，国家一级注册建筑师、注册规划师。主持多项大型住宅及公共建筑的建筑设计，其中吉林大学东荣学院大楼获得天津市2002年度优秀勘察设计一等奖，内蒙古农业大学图书馆获得天津市2002年度优秀勘察设计二等奖，吉林大学计算机大楼获得天津市2005年度优秀勘察设计二等奖，郑州航院基础教学实验楼获得天津市2005年度优秀勘察设计二等奖，西安明城墙北段连接工程获得2003年中国青年建筑师奖佳作奖。学术研究集中于当代建筑理论与现代科学的跨学科研究、绿色建筑与规划以及中国传统庭院研究。著有《文化视野下的中国传统庭院》和《当代建筑的科学之维》等。